

**MODELO MATEMÁTICO PARA OBTENÇÃO DE PROJEÇÕES FUTURAS  
DA POPULAÇÃO DA CIDADE DE TABATINGA-AM**

Alessandro Junior Luino Martins<sup>1</sup>  
Marcelo Lacort<sup>2</sup>  
Zequias Ribeiro Montalvam Filho<sup>3</sup>

**RESUMO**

Este trabalho apresenta uma modelagem matemática, com o objetivo de obter um modelo matemático que forneça de forma estimada, porém bem próximo de real, os valores da população da cidade de Tabatinga-AM, além de enfatizar a importância de se ter tais resultados de forma antecipada. Tal modelo matemático, além de mostrar a aplicabilidade de conceitos matemáticos, pode ser de grande importância para gestores de políticas públicas, pois os mesmos podem tomar medidas importantes e necessárias com antecedência. Tomado o número dos habitantes da cidade dos anos de 2010 (dois mil e dez) e 2015 (dois mil e quinze), obtidos no banco de dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, foi elaborado um modelo matemático, com a capacidade de estimativa da população da cidade em questão. O modelo foi implantado em linguagem computacional através do software Excel. Tal programa fornece de forma automatizada os resultados, em função da variável tempo, obtendo o número da população referente ao ano inserido no modelo. O trabalho mostra-se, de forma geral, resultados satisfatórios, pois ao realizar simulações, os resultados se assemelham significativamente aos dados reais.

**Palavras chaves:** Modelo. População. Automatizado.

**ABSTRACT**

This work presents a mathematical modeling, with the objective of obtaining a mathematical model that provides in an estimated, but close to real, the population values of the city of Tabatinga-AM, besides emphasizing the importance of having such results in a way anticipated. Such a mathematical model, besides showing the applicability of mathematical concepts, can be of great importance for public policy managers, since they can take important and necessary measures in advance. Based on the number of inhabitants of the city of 2010 (two thousand and ten) and 2015 (two thousand and fifteen), obtained in the database of the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE), a mathematical model was elaborated, with the capacity estimate of the population of the city in question. The model was implemented in computer language using Excel software. Such a program automatically provides the results, depending on the time variable, obtaining the number of the population referring to the year inserted in the model. The work shows, in general, satisfactory results, because when carrying out simulations, the results closely resemble the actual data.

---

<sup>1</sup> Universidade do Estado do Amazonas – UEA. E – mail: xandaotbt@hotmail.com

<sup>2</sup> Universidade do Estado do Amazonas – UEA. E – mail: lacortt@upf.br

<sup>3</sup> Universidade do Estado do Amazonas – UEA. E – mail: zeki.mat@hotmail.com

**Keywords:** Model. Population. Automated.

## **1 INTRODUÇÃO**

Saber o número de habitantes atuais e futuro de uma cidade é de suma importância para a administração e planejamento de uma cidade, nesse sentido pesquisas inerentes a obtenção do número da população vem agregar de forma positiva para tal situação.

Profissionais de diversas áreas necessitam do número de habitantes para os futuros anos, tais como profissionais das áreas da saúde, transporte, segurança, entre outros. Ou seja, não existe somente o intuito de colocar em prática alguns conceitos e métodos matemáticos, aprendidos em sala de aula durante a graduação, mais também, aplicar tais conhecimentos em benefício da sociedade.

Além das vantagens em tomada de decisões para profissionais de área de planejamento urbano, o trato matemático usado na constituição e execução do modelo, vem alavancar significativamente o conhecimento matemático, assim como, propor uma aplicabilidade de conhecimentos matemáticos.

O trabalho apresentado é o resultado de pesquisas bibliográficas e quantitativas, juntamente com a aplicação de conceitos aprendidos durante a graduação.

Neste sentido o presente trabalho propõe um modelo matemático, baseado no modelo de crescimento exponencial proposto por Malthus, onde através informações do número de habitantes de dois mil e dez (2010) a dois mil e quinze (2015), obtidos via IBGE, o mesmo foi formalizado, obtendo assim de forma automatizada o número de habitantes da cidade de Tabatinga-Am.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Este capítulo é constituído por uma pesquisa bibliográfica, baseada em autores que tratam assuntos que compõe o referente trabalho. Dentre tais assunto destaca-se a modelagem matemática, o crescimento populacional exponencial e o software Excel.

## **2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA**

Sabe-se que o conhecimento humano é desenvolvido por diferentes formas de pensamento/correntes ideológicas como o Empirismo, o Racionalismo, entre outros. A curiosidade inerente ao espírito humano e a sua necessidade de tentar explicar os diversos fenômenos que ocorrem ao seu redor, implicou uma forma mais precisa de se propor uma explicação de tais acontecimentos através da modelagem matemática.

Essa parte da Matemática, como explica Bassanezi (1999) vem sendo bastante utilizada em outras áreas do conhecimento, sendo notória sua aplicação nos campos da Física, da Química, e da Astrofísica devido a sua multidisciplinariedade, o que, nesse sentido, norteia a uma amputação das diferentes áreas de pesquisa, visto que, ao propor um modelo adequado para a solução de uma situação-problema específica analisada, a modelagem possibilita a construção de um modelo não somente ao caso específico mas também a situações semelhantes. Segundo Biembengut (1999): “A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões matemáticas que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”.

Os estudiosos Goldberg e Luna definem de forma sucinta e precisa o tema apresentado:

A modelagem matemática consiste no processo matemático elaborado a partir do estudo de um problema real, o qual tem como finalidade descrever a realidade através de um modelo matemático abstrato e, assim, obter suporte para sua representação simplificada, solução e análise (2005. p. 122).

Sendo assim, percebe-se a importância de desenvolver modelos que objetivam explicar e resolver problemas concretos observados do mundo real de uma forma ampla e prática.

Conforme Biembengut (1999), para o desenvolvimento do processo de modelagem matemática são necessários alguns procedimentos, que podem ser agrupados em três etapas: a interação, matematização e modelo matemático. A autora descreve essas etapas da seguinte maneira:

**Interação:** é o reconhecimento da situação-problema, ou seja, familiarizar-se com o assunto a ser modelado.

**Matematização:** é a parte mais complexa, na qual será formulado e resolvido o problema. Nesta etapa se traduz a situação-problema para uma linguagem matemática, mas para isso o indivíduo tem de ter um aguçado conhecimento sobre as entidades matemáticas usadas na formulação. A informática também é imprescindível nesta etapa, com seus softwares, para a resolução automática dos problemas matemáticos obtidos.

**Modelo matemático:** é a etapa em que se dá interação da solução, ou seja, uma investigação para verificar o nível da aproximação da situação-problema em relação à realidade, avaliando quão significativa e relevante é a solução e qual sua veracidade, em outras palavras, se a aproximação do resultado condiz com a realidade. (BIEMBENGUT, 1999, p. 22-25).

Dessa forma, um modelo matemático é uma representação abstrata, ou uma tentativa de aproximação, de um problema real. Tal representação pode ser explanada em termos de equações matemáticas, por meio de uma série de células inter-relacionadas em uma planilha de cálculo, entre outras. Qualquer que seja o caso, o objetivo de um modelo matemático é representar a essência de um problema de forma concisa.

## **2.2 CRESCIMENTO POPULACIONAL EXPONENCIAL**

A necessidade de saber a quantidade e até mesmo a forma de como é dada o crescimento populacional, seja ela uma população de pessoas de uma cidade, de um município, de bactérias e até mesmo de um vírus, implicou a criação de diversos modelos que procuram demonstrar tal crescimento. A modelagem matemática da dinâmica de determinada população permite fazer inferências sobre a mesma e planejar ações.

Há modelos muito conhecidos na literatura tais como o Crescimento Populacional Exponencial – Modelo Malthusiano, o qual será adotado neste trabalho, Crescimento populacional logístico – Modelo Verhulst, Modelo de Gompertz, Modelo de Montroll entre outros modelos multi espécies. Esses modelos vêm sendo aperfeiçoados com o passar do tempo e mostram de forma satisfatória a

dinâmica populacional, principalmente quando aplicados de forma conjunta a recursos computacionais.

O personagem central na história da população é Thomas Robert Malthus, que em 1798, foi quem tentou, pela primeira vez, estimar o crescimento da população mundial. O modelo que Malthus criara adota que o crescimento de uma população é proporcional à população em cada instante, sendo assim, ele não tomava em conta fatores limitantes de crescimento considerando também que os indivíduos possuem o mesmo comportamento.

Bassanezi (2009) mostra que para Malthus o crescimento da população dar-se-ia por uma progressão geométrica a medida que os meios de sobrevivência cresceriam em progressão aritmética.

Para Zill (2001), “Malthus argumentou que a forma apropriada para  $f(P)$ , pelo menos quando a população fosse pequena, deveria ser um múltiplo constante de  $P$ , isto é,  $\frac{dP}{dt} = kP$ , em que  $k$  é uma constante.”

Levando em consideração  $P$  como uma população qualquer, a equação do Modelo de Malthus é dada pelo problema de valor inicial:

$$\frac{dP}{dt} = \begin{cases} \frac{dP}{dt} = kP(t) \\ P(0) = P_0 \end{cases} \quad (1)$$

A solução analítica para esta equação é:  $P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$ , e sabe-se que este modelo conduz ao crescimento exponencial.

O modelo de Malthus possui bastante relevância devido à sua contribuição para a evolução dos estudos sobre dinâmica populacional, pois serviu de base para outros modelos.

### **2.3 EXCEL**

Pela necessidade de automatizar o processo de obtenção dos valores populacionais, houve a escolha de um software que além de fazer cálculos simples e complexos, fornecesse ferramentas que demonstram gráficos, a fim de que se tenha a apresentação dos resultados de forma clara e resumida.

Para isso, devido ao seu fácil manuseio e o grande poder de cálculo, além de fácil obtenção o software usado foi o programa Excel. Conforme Battisti o Excel é:

(...) um software para criação e manutenção de Planilhas Eletrônicas, que permite, além da manipulação de cálculos em planilhas, a inclusão de gráficos criados com base nos dados da planilha. Podem ser criadas planilhas de cálculos para orçamentos, previsões e planejamentos para investimentos futuros, diversos tipos de tabelas, controle de gastos entre outras funções. (2010, p. 07).

O programa foi essencial para o desenvolvimento do trabalho, pois com a sua ajuda pode-se implementar o modelo e assim obter as projeções da população para os anos desejados. Além de dar os resultados de forma rápida e automatizada, foi possível via Excel realizar comparações gráficas para comprovar a veracidade do modelo.

### **3 METODOLOGIA**

O trabalho apresentado inicia-se com a identificação e posteriormente leitura de material bibliográfico relevante sobre modelagem matemática, crescimento populacional e software Excel, assim como os demais assuntos que foram essenciais para o desenvolvimento do presente trabalho.

Em seguida, fez-se um levantamento do número de habitantes de Tabatinga entre os anos de dois mil e dez (2010) a dois mil e quinze (2015), obtidos utilizando o banco de dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE.

De posse das informações destacadas acima, foi elaborado um modelo que estime a população da cidade de Tabatinga. Para fornecer o número de habitantes para os próximos anos de maneira automatizada o modelo foi implementado em linguagem computacional utilizando o software Excel, pois suas funções e capacidades permitem implementar de forma rápida e precisa as informações necessárias para expressar os valores desejados.

Para validar o modelo, houve a comparação do número obtido pelo modelo proposto com o número da população fornecida pelo IBGE dos anos 2010 à 2015, onde os resultados foram muito semelhantes, dando assim veracidade ao modelo.

### **4 ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Após todas as pesquisas necessárias para o prosseguimento e elaboração do modelo, foi tomado os valores dos anos de dois mil e dez (2010) com população igual à 52272 e dois mil e quinze (2015) com população igual a 62346. Para desenvolvimento do modelo, onde foi considerado o ano 2010 como tempo igual à zero ( $t = 0$ ) e conseqüentemente 2015 como tempo igual a cinco ( $t = 5$ ).

Considerando a modelo exponencial, exposto anteriormente, temos:

$$P(t) = P_0 e^{kt}, \text{ para } t = 0$$

$$P(0) = P_0 e^{k \cdot 0}$$

$$52272 = P_0$$

Assim sendo, substituindo  $P_0$  em  $P(t)$ , obtemos:

$$P(t) = 52272e^{kt}$$

Logo, para:  $t = 5$   $P = 62346$

Substituindo em  $P(t)$  temos:

$$62346 = 52272e^{k \cdot 5}$$

$$\frac{62346}{52272} = e^{5 \cdot k}$$

$$\ln\left(\frac{62346}{52272}\right) =$$

$$\ln e^{5 \cdot k} \quad \ln\left(\frac{62346}{52272}\right) = 5k \quad k = \frac{\ln\left(\frac{62346}{52272}\right)}{5}$$

Substituindo  $k$  em  $P(t)$ , o modelo abaixo estima o número de habitantes em função do tempo da cidade de Tabatinga.

$$P(t) = 52272 \cdot e^{\left[\frac{\ln\left(\frac{62346}{52272}\right) \cdot t}{5}\right]} \quad (2)$$

#### 4.1 ANÁLISE GRÁFICA E TABULAR DOS RESULTADOS

Com o auxílio do software Excel foram obtidos os valores das populações dos anos dois e dez (2010) à dois mil e quinze (2015), assim como o esboço gráfico dos mesmo, com o objetivo de verificar o comportamento dos resultados, analisando-os se de fato os mesmos condizem com a realidade. As análises dos resultados estão publicadas na Tabela 1 e no Gráfico 1 abaixo:

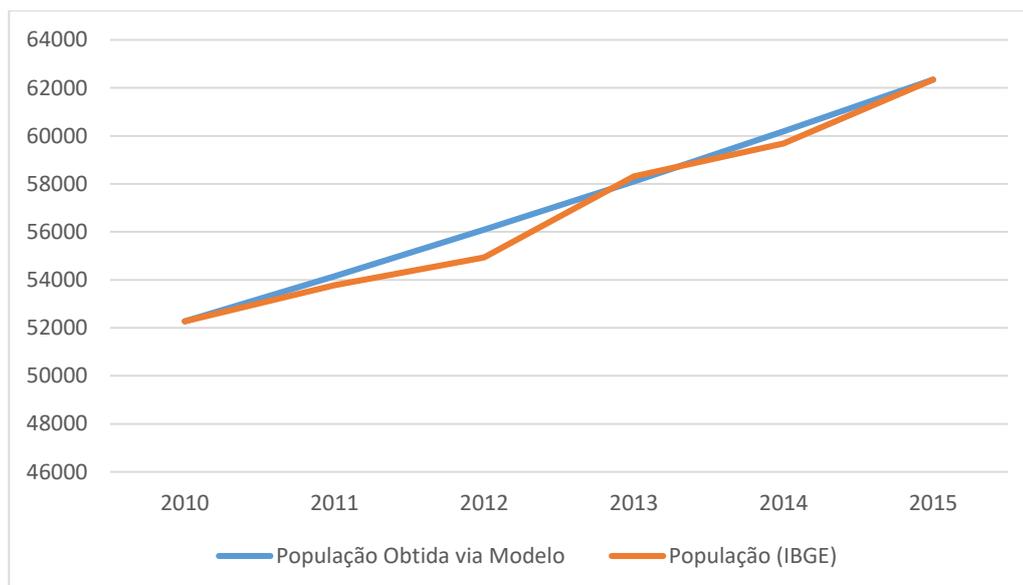
**Tabela 1: COMPARAÇÃO DE RESULTADOS**

Anos	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Dados reais	52272	53774	55040	58314	59684	62346

<b>Dados obtidos via modelo</b>	52272	54147	56089	58186	60186	62346
---------------------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Fonte: Alessandro Martins

### GRÁFICO 1 - COPARAÇÃO DE RESULTADOS ENTRE VEÍCULOS ATUAIS E OS OBTIDOS NO MODELO



Fonte: Alessandro Martins

Mesmo com uma pequena diferença no ano de dois mil e doze (2012) o modelo pode ser considerado como condizente com a realidade. Sendo assim concluímos uma fase de suma importância para a consolidação do modelo, onde o estudioso do assunto de modelagem, Bassanezi (2002), comenta que esta etapa é conhecida como “validação, isto é, o processo de aceitação ou não do modelo proposto”, no qual podemos continuar as análises do número da população.

Feita a validação, nota-se que o modelo pode ser usado para as projeções futuras da população da cidade de Tabatinga e que pode contribuir para governantes e empresários na a prestação de serviços, visto que poderão ter um estimativa futura da população.

#### 4.2 ESTIMATIVA PARA ANOS VINDOUROS E ANÁLISE DE CONSEQUÊNCIAS

De acordo com o proposto do trabalho, que é a obtenção futura das projeções da população da cidade de Tabatinga – AM, na Tabela 2 e o Gráfico na 2 estão

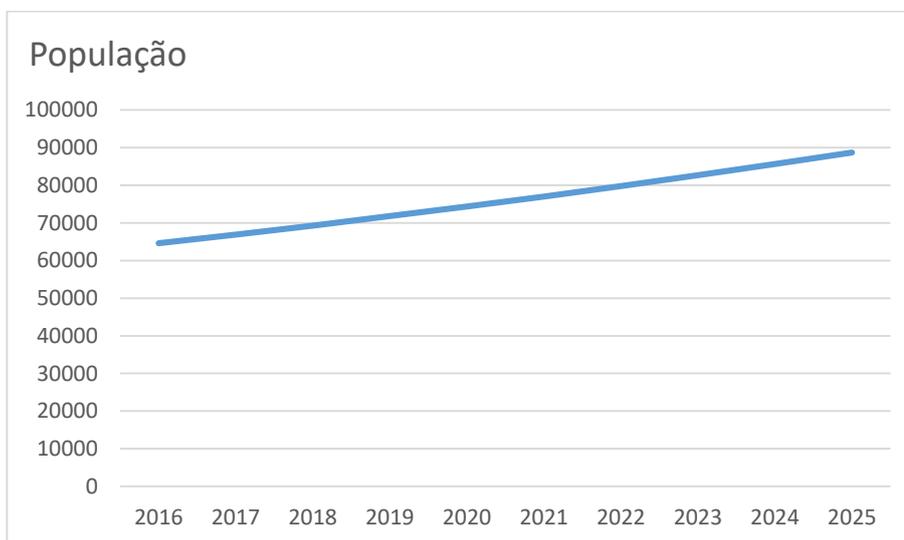
expostos os resultados, obtidos através do uso do modelo proposto, para os anos de dois mil dezesseis (2016) a dois mil e vinte cinco (2025).

**Tabela 2: ESTIMATIVA DA PARA A POPULAÇÃO DE TABATINGA –AM DE 2017 À 2025**

Anos	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
População	64582	66899	69299	71786	74361	77029	79792	82655	85620	88692

Fonte: Alessandro Martins

**Gráfico 2: ESTIMATIVA DE POPULAÇÃO DE 2017 A 2025**



Fonte: Alessandro Martins

Como podemos observar, a população para o ano de 2025 terá um aumento considerável, tendo uma estimativa de 88692 pessoas. Esses dados são muito importantes para se ter um controle para a cidade, pois com essas previsões em mãos, poderá criar planos a médio e longo prazo, que organizem melhor a distribuição de recursos e serviços para o bem dos seus atuais e futuros habitantes.

É importante ressaltar que à medida que há um aumento na população de um local, seja ele um vilarejo, um município, cidade ou uma metrópole, a infraestrutura deste deve também acompanhar ritmo de crescimento para comportar e satisfazer as condições mínimas de sobrevivência da população.

Levando em consideração o não acompanhamento de tal crescimento é evidente que haverá transtornos tanto para os residentes da cidade quanto para os governantes que a administram, tal fato pode ser observado em casos onde a

procura por um serviço é maior do que a oferta. Um exemplo dessa situação está no atendimento em hospitais, no qual pode-se notar que geralmente há uma superlotação nos leitos.

Sabe-se que o crescimento populacional acarreta várias consequências tanto positivas quanto negativas. Durante a pesquisa pode-se notar algumas consequências do crescimento não planejado da população, afetando diretamente a sociedade. As Fotografias 1, 2 e 3 dão exemplos da falta de planejamento por falta de um estudo prévio sobre a dinâmica populacional.



**Fotografia 1** – Frota Veicular de Tabatinga  
**Fonte:** Alessandro Martins

Na fotografia podemos notar uma grande quantidade de veículos transitando na principal avenida da cidade. Como a tendência é que cresça o número de pessoas, de igual forma, é esperado um aumento na frota veicular e com esse aumento de veículos segue dois tipos de poluição: a primeira é a poluição sonora já presente devido ao tráfego intenso e a segunda é a poluição do ar, pois, como se sabe, os automóveis são movidos principalmente a combustão de gasolina que é proveniente do petróleo e que, após a queima, acaba liberando dióxido de carbono na atmosfera, contribuindo para o efeito estufa.

Outro ponto a ser destacado é que com mais pessoas na zona urbana há um consumo maior de produtos, provocando uma geração maior de resíduos sólidos, sendo que o principal destino destes resíduos é um lixão a céu aberto ou simplesmente um lugar qualquer da cidade, conforme a Fotografia 2 e 3.



**Fotografia 2:** Local de despejo de resíduos sólidos  
**Fonte:** Alessandro Martins



**Fotografia 3 :** Esgoto a céu aberto  
**Fonte:** Alessandro Martins

Sendo assim, podemos relatar também como consequência negativa, caso não haja um apropriado planejamento urbano, a falta de saneamento básico a população.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Diante da análise dos resultados foi possível identificar que o modelo obtido produz resultados importante e necessário para um planejamento consciente e eficaz por parte de gestores responsáveis pela infraestrutura da cidade, além de produzir resultados expressivamente próximos do real, considerando o modelo eficiente e significativamente preciso.

Além disso, houve a oportunidade de demonstrar a aplicabilidade da matemática fora de sala de aula, pois muitos ainda acreditam que ela está somente limitada á aulas expositivas dentro da sala de aula.

Pesquisas relacionadas á estimativa populacional são de suma importância para o campo científico, pois além de trazer resultados necessários para um bom planejamento, causa ao pesquisador um extinto investigador e explorador das ciências exatas, levando ao mesmo a utilização de conceitos para o bem da humanidade.

Apesar de a pesquisa apresentar um modelo usual, e ter demonstrado bons resultados, fica em aberto para futuros acadêmicos dar sequência a atual pesquisa e seguir aperfeiçoando o modelo em questão.

## REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. Ensino aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C.; FERREIRA, JR. W. C. Equações Diferenciais com Aplicações. São Paulo: Harbra, 2009.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem da matemática. 2. ed. Blumenau: Furb, 1999.

GOLDBARG, M.C.; LUNA, H.P.L. Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Pesquisa IBGE cidades – Tabatinga, 2016. Disponível em:

<<http://www.cidades.ibge.gov.br/painel/populacao.php?lang=&codmun=130406&search=amazonas|tabatinga|infogr%E1ficos:-evolu%E7%E3o-populacional-e-pir%E2mide-et%E1ria>> Acesso em: 16 agosto 2016.

MARTINE, George. *A demografia é útil no planejamento e nas políticas públicas?* Disponível em:

<[http://www.coletiva.org/site/index.php?option=com\\_k2&view=item&id=199:a-demografia-%C3%A9-%C3%BAtil-no-planejamento-e-nas-pol%C3%ADticas-p%C3%BAblicas?&tmpl=component&print=1](http://www.coletiva.org/site/index.php?option=com_k2&view=item&id=199:a-demografia-%C3%A9-%C3%BAtil-no-planejamento-e-nas-pol%C3%ADticas-p%C3%BAblicas?&tmpl=component&print=1)> Acesso em: 16 agosto 2016.

Zill, Dennis G. Equações Diferenciais. 3.ed. Tradução de Antonio Zumpano. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.